

## FORME COMPOSTE

### 1. *Costruzione di Strutture Armoniche*

Il presente capitolo consiste essenzialmente in un gioco di bricolage. Il suo scopo è di suggerire un'idea della legge autoorganizzativa che si presume sia operante nel mondo fisico.

Le forme composte, delle quali descriverò alcuni esempi, saranno chiamate “Strutture Armoniche” e denotate con **SA.n**, dove **n** rappresenta il numero degli elementi che le costituiscono. Gli elementi saranno generalmente chiamati “loops” quando non meglio specificati in relazione alla *famiglia* di appartenenza (del Tetraedro, dell'Esaedro, etc.), all'*ordine* (delle Curve, delle Superfici o dei Solidi) e, infine, alla *grandezza* (indicata dalla frazione a pedice). Se ad esempio si scrive “ $LS_{1/3}$  dell'Ottaedro”, ci si riferirà ad un loop della famiglia dell'ottaedro, dell'ordine delle Superfici e di grandezza  $1/3$  (vale a dire  $1/3$  di circonferenza, corrispondente all'arco di  $120^\circ$  leggibile su ciascuna faccia dell'ottaedro, come illustrato in cap. X, figura 10.53)

Il procedimento per la costruzione delle SA è piuttosto semplice. Esso richiede la definizione di quattro premesse fondamentali, due simboli e due regole di accoppiamento dei loops, come da seguente elenco.

#### *Premesse:*

1. Ogni loop simula un flusso sferico rotante (dello spazio fisico) che si svolge in un numero  $m$  pari di fasi con  $m \geq 4$ , queste ultime con verso di percorrenza (orario, antiorario) alternato.
2. Tutti i loops hanno uguale velocità di rotazione pluripolare, che si svolge cioè attorno ad un numero  $n$  di assi con  $n \geq 3$ .
3. Tutti i loops hanno raggio  $r_1$  di uguale lunghezza.
4. Tutti i loops appartenenti alla stessa famiglia, ordine e grandezza sono *uguali* fra loro, e mentre alcuni di essi sono anche sovrapponibili, altri non lo sono, non sono cioè compenetrabili (come si vedrà in seguito, esistono loops uguali fra loro che non possono occupare lo stesso stato).<sup>1</sup>
5. Ogni loop è deformabile in una qualche misura in ragione del particolare genere di interazione che può avere con il suo intorno, perdendo così il grado di simmetria che lo caratterizza quando si trova a riposo.<sup>2</sup>

#### *Simboli:*

- (a) **Fo**: denota ciascuna *fase* del loop il cui verso di rotazione è *orario*.
- (b) **Fa**: denota ciascuna *fase* del loop il cui verso di rotazione è *antiorario*.<sup>3</sup>

#### *Regole di accoppiamento:*

---

<sup>1</sup> I loops qui concepiti si comportano in accordo con i due seguenti principi fisici che sembrano significare la medesima cosa: 1) il *principio di esclusione di Pauli* (formulato da Walfang Pauli negli anni venti), in base al quale due particelle della famiglia dei fermioni, come ad esempio gli elettroni, non possono trovarsi nello stesso stato quantico, non possono cioè essere schiacciati l'uno dentro l'altro; 2) sono in accordo con il noto *Principio dell'identità degli indiscernibili* di Leibniz, in base al quale due particelle che abbiano le stesse relazioni con tutto ciò che si trova al loro intorno non possono che essere la stessa particella, proprio come ogni monade nella concezione cosmologica di Leibniz (*Monadologia*) ha una visione unica di tutto il suo intorno. Analogamente, esistono dunque tante visioni diverse del mondo quanti sono i loops che lo costituiscono.

<sup>2</sup> Da un punto di vista fisico, la deformazione di uno o più loops all'interno di una data struttura armonica è uno dei fattori indicativi del grado di stabilità della struttura stessa.

<sup>3</sup> Nel caso di loops rappresentati con la sequenza dei quattro colori, Verde, Rosso, Grigio, Nero, saranno usate le notazioni Vo, Ro, Go, No corrispondenti, nell'ordine, alla fase oraria, e Va, Ra, Ga, Na corrispondenti alla fase antioraria.

- (i) **Modalità semplice:** si applica facendo in modo che la fase **Fo** (o **Fa**) di un loop coincida con la fase **Fa** (o **Fo**) di un altro loop in un piano comune.
- (ii) **Modalità estesa:** si applica partendo dalla modalità semplice ed eseguendo una rotazione sinistrorsa o destrorsa su uno dei due loops, attorno all'asse passante per i loro rispettivi centri, di un opportuno angolo (che sarà di  $120^\circ$ ,  $90^\circ$ , o  $72^\circ$ , a seconda della famiglia cui essi appartengono).

Dalle premesse 2 e 3 segue che due loops della stessa *famiglia* e di diversa *grandezza*, ad esempio un  $LC_{2/3}$  e un  $LC_{1/3}$  del Tetraedro avranno, l'uno rispetto all'altro, periodo di rotazione,  $T$ , definito dal rapporto delle loro rispettive *grandezze*. Nell'esempio fatto si avrà che il periodo  $T(LC_{2/3})$  rispetto al periodo  $T(LC_{1/3})$  è  $2/3 : 1/3 = 2$ . In altre parole, il tempo che  $LC_{2/3}$  impiega per compiere una rotazione quadripolare completa ( $rq_1$ ) è il doppio di quello impiegato da  $LC_{1/3}$ .

Riguardo ai simboli **Fo** e **Fa**, che indicano il verso di rotazione orario o antiorario delle fasi di un loop.

Per semplificare il procedimento di assemblaggio delle **SA**, si utilizzeranno, come elementi (o moduli) di base, dapprima i loops appartenenti alla *famiglia* del Tetraedro, all'*ordine* delle curve e alla *grandezza*  $2/3$ , ovverosia agli  $LC_{2/3}$  descritti nel capitolo IX,<sup>4</sup> poi i loops della famiglia dell'Esaedro, e cioè gli  $LC_{1/4}$ ,  $LC_{1/2}$  e  $LC_{3/4}$  descritti alla fine del capitolo X e, da ultimo, gli  $LC_{1/3}$  dell'Ottaedro (più propriamente i 4-Loop  $LC_{1/3}$  dell'Ottaedro) combinati con gli  $LC_{1/3}$  e/o gli  $LC_{2/3}$  del Tetraedro.

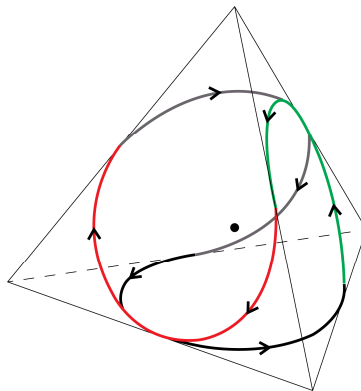


Fig. 11.1

Avendo a che fare con loops dello spazio tridimensionale, anche un lettore con spiccate capacità di visualizzazione, per quanti sforzi possa fare nel leggere adeguatamente le figure, incontrerebbe difficoltà crescenti al crescere del numero dei loops che compongono le strutture armoniche che seguiranno. Pertanto, allo scopo di poter cogliere le loro effettive relazioni armoniche in modo inequivocabile e, forse, anche un tantino giocoso, sarebbe di grande aiuto procurarsi una serie di almeno cinque tetraedri (di alcuni cubi e ottaedri) della stessa grandezza e, disegnare su ognuno di essi il loop con l'aggiunta di segni particolari (ad esempio, le frecce come illustrato in figura 11.1, o le scritte **Fo** e **Fa**, o anche, più semplicemente, il segno “+” al posto di **Fa** e il segno “-” al posto di **Fo**) in modo che sia chiaramente distinguibile il verso di percorrenza in ciascuna delle sue quattro fasi. Seguendo questo suggerimento, si potranno assemblare materialmente le **SA** e si avrà un riscontro immediato della correttezza delle regole applicate. In ogni caso, per facilitare la lettura dei loops, le figure saranno illustrate a colori e, in questo primo paragrafo e nel secondo, si converrà

<sup>4</sup> Volendo, si potrebbero utilizzare altrettanto bene gli  $LC_{1/3}$  o una combinazione di  $LC_{2/3}$  e di  $LC_{1/3}$  o, ancora, gli  $LS$  o gli  $LV$  della stessa famiglia, ma ciò non sarà qui preso in considerazione, in quanto potrebbe ingenerare confusione nella visualizzazione delle **SA** composte da più di due elementi.

che il loro verso di percorrenza proceda circolarmente dal verde (orario) al rosso (antiorario) al grigio (orario) al nero (antiorario).

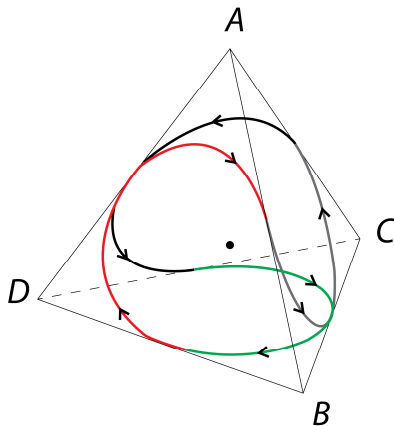


Fig. 11.2 a

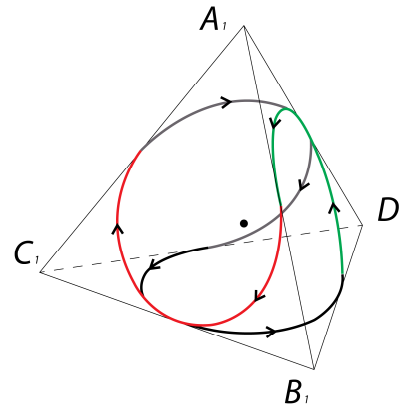


Fig. 11.2 b

Seguendo le regole di composizione, si potrà comprendere come ogni **SA** simuli efficacemente il comportamento di un meccanismo armonioso: ogni singolo loop ruoterà concordemente con tutti i loops ad esso accoppiati. In parole diverse, ogni loop della struttura composta ruoterà in perfetto *accordo* di fase con gli altri elementi al suo intorno, condividendo con questi uno, due, tre, o tutti e quattro i piani delle sue fasi.

Una breve precisazione prima di iniziare: la notazione **FaFo** (o **FoFa**) indica due fasi consecutive di un singolo Loop, mentre la notazione **Fa-Fo** (o **Fo-Fa**) indica l'operazione di accoppiamento di fase fra due Loops (non sono possibili accoppiamenti **Fo-Fo** o **Fa-Fa**). Ad esempio, con riferimento alla figura 11.2 a, le due fasi consecutive che vanno dal piano di *ABD* (fase in color rosso) al piano di *ABC* (fase in color grigio) saranno indicate con la notazione **FaFo** (o **Ra-Go**) mentre la fase in grigio **Fo** (o **Go**) del loop di sinistra viene a coincidere con la fase in rosso **Fa** (o **Ra**) del loop di destra (la sovrapposizione di grigio e rosso è indicata in figura con il colore violetto), per cui si indicherà questo accordo armonico delle due fasi con la notazione **Fo-Fa** oppure **Fa-Fo** (a seconda che sia letto dal centro del loop di sinistra o dal centro del loop di destra).

## 2. Strutture Armoniche con loops $LC_{2/3}$ della famiglia del Tetraedro<sup>5</sup>

### SA.2

Le figure 11.2 a e b, che rappresentano due loops  $LC_{2/3}$  ciascuno inscritto (per comodità di visione prospettica) in un tetraedro, ci aiuteranno a capire tre modi diversi in cui si può configurare una **SA.2**. Come prima cosa, si osservi che il loop a sinistra presenta sulla faccia *ABC* la fase con verso di percorrenza orario e, dunque, **Fo**, mentre il loop a destra, che è identico al primo ma che è stato opportunamente posizionato per rappresentarne l'immagine speculare, ha sulla faccia *A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>* la fase con il verso antiorario, dunque, **Fa**.

L'assemblaggio di **SA.2** è chiaramente il più semplice, e si ottiene congiungendo i vertici *A, B, C* del primo tetraedro con i corrispondenti vertici *A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>* del secondo. La figura 11.3 a mostra solo due fasi della struttura con i rispettivi versi di percorrenza (**Fa** a sinistra e **Fo** a destra); ciò servirà da esercizio per dedurre, in seguito, gli accordi di fase occultati all'interno di **SA** più

<sup>5</sup> La **SA.2** dei loops  $LC_{1/3}$  della famiglia del tetraedro sarà descritta nel paragrafo 5, in combinazione con i loops dell'ottaedro.

complesse.<sup>6</sup> Le figure 11.3 *b* e *c* mostrano la struttura integrale dei due loops accoppiati secondo la regola (i), illustrata sia con l'aiuto dei tetraedri che senza.

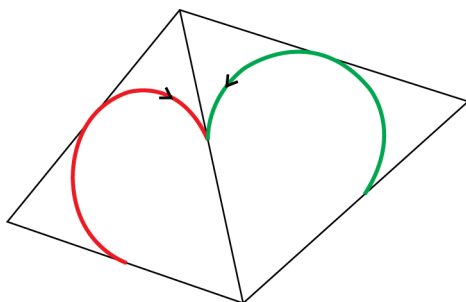


Fig. 11.3 *a*

Questa **SA.2** segue la regola di accoppiamento (i). Essa presenta un accordo di fase **Fo-Fa** con modalità semplice, e cioè **Fo** del loop di sinistra coincide con **Fa** del loop di destra (figura 11.3 *b*).

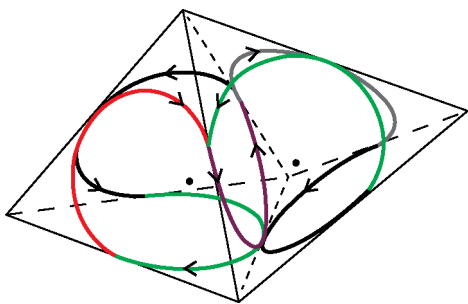


Fig. 11.3 *b*

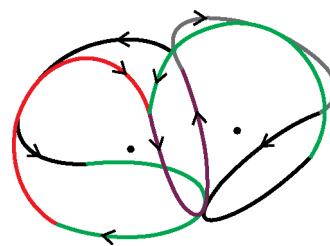


Fig. 11.3 *c*

Si vuole far notare che l'arco di circonferenza colorato in viola risulta dalla sovrapposizione di **Fo** di color grigio del loop di sinistra con la **Fa** di color rosso del loop di destra.

Ecco un secondo esempio facendo ancora riferimento alla figura 11.3 *a*. Eseguendo una rotazione sinistrorsa di  $120^\circ$  del tetraedro posizionato sulla destra, seguendo cioè la regola (ii), si ottiene la **SA.2** come in figura 11.4 *a*.

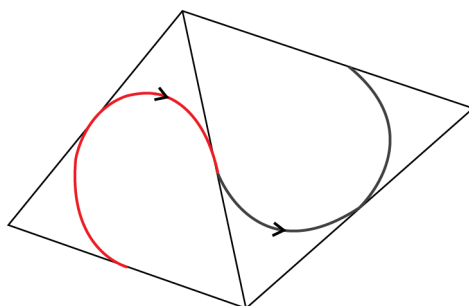
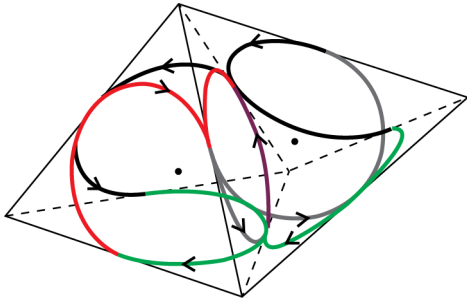
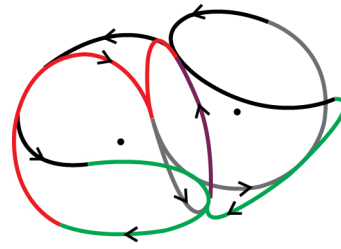


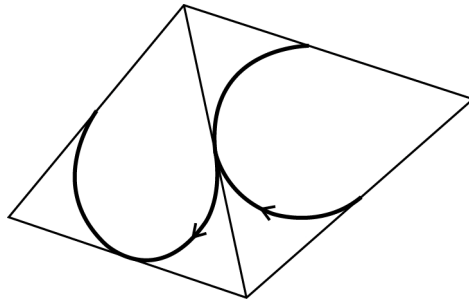
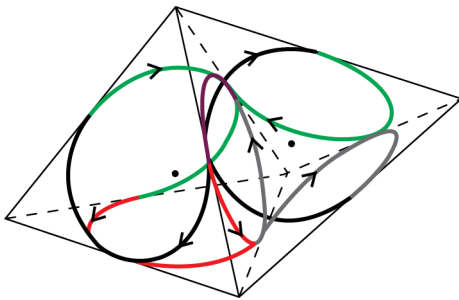
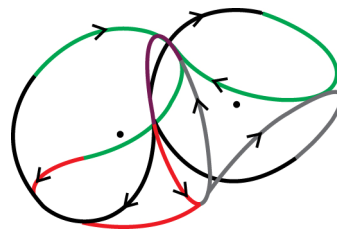
Fig. 11.4 *a*

<sup>6</sup> Faremo la stessa cosa più avanti, quando descriveremo le SA con  $n \geq 5$  poiché, senza un tale accorgimento, tali strutture avrebbero una presentazione troppo complicata.



Fig. 11.4 *b*Fig. 11.4 *c*

Un ultimo esempio: partendo sempre dalla composizione illustrata in figura 11.3 *a*, se si ruota in senso destrorso di  $120^\circ$  il tetraedro di sinistra e poi anche quello di destra, si ottiene la disposizione mostrata nelle figure 11.5 *a*, *b*, *c*.

Fig. 11.5 *a*Fig. 11.5 *b*Fig. 11.5 *c*

Questa struttura segue la regola di accoppiamento (ii), e presenta pertanto un accordo di fase **Fo-Fa** con modalità estesa

### SA.5

Descriveremo qui due tipi di **SA.5**, una chiamata *disco* e una *stella*. Nella struttura disco i cinque tetraedri sono disposti attorno a uno spigolo (fig. 11.6) e, per comodità, sono numerati in senso orario da 1 a 5.

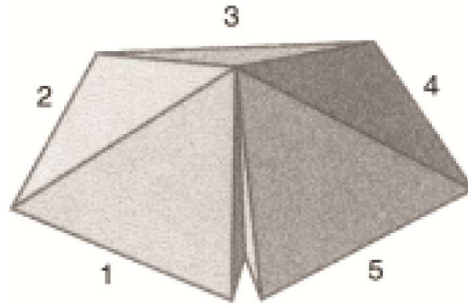


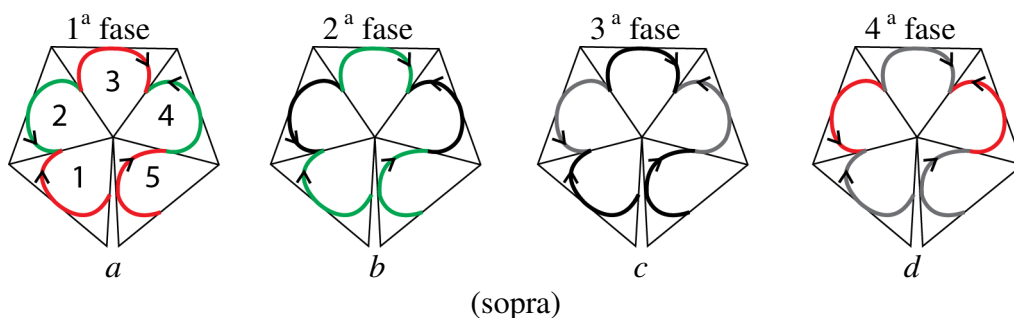
Fig. 11.6

Come si può notare, ogni tetraedro ha due facce libere, una *sopra* e una *sotto*; tre di essi ( 2, 3 e 4) hanno in comune ciascuna delle restanti due facce, mentre due di essi (1 e 5) hanno ciascuno una faccia in comune con quella di un altro tetraedro e una faccia che forma con la faccia dell'altro un angolo diedro di  $7^\circ 21' = 360^\circ - 5 \arccos(1/3)$ .<sup>7</sup> Nelle descrizioni che seguono (figg. 11.7 e 11.8) useremo l'espressione "faccia" per indicare l'insieme dei cinque triangoli visibili da *sopra* e da *sotto* (per leggere il *sotto* si è ribaltata la figura, cosicché la numerazione da 1 a 5 dei tetraedri risulterà ivi invertita).

### SA.5 a disco

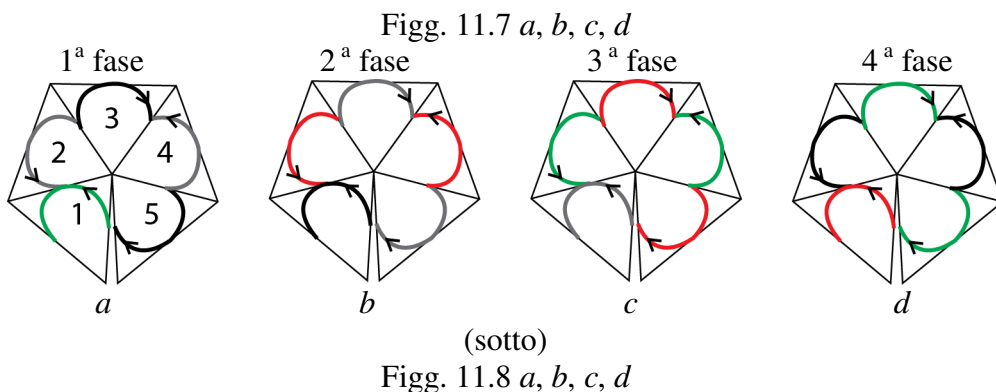
Le figure 11.7 e 11.8 mostrano una SA.5 a disco che, sulla parte superiore, ha le fasi delle facce 1, 3 e 5 di uno stesso colore e così anche le facce 2 e 4, mentre sulla parte inferiore ha due coppie di colori uguali e uno diverso.

Nell'assemblaggio dei loops, 1 con 2, 2 con 3 e 3 con 4 seguono la regola di accoppiamento (i), mentre 4 con 5 e 5 con 1 seguono la regola (ii). I numeri da 1 a 5 si riferiscono alla posizione dei tetraedri come in figura 11.6 e le freccette consentono di dedurre l'esatta composizione circolare di fasi di ciascun loop basata sulla sequenza dei quattro colori; in questo caso tutti i cinque loops hanno la prima e la terza fase **RaGoNaVo**, mentre la seconda e la quarta **RoGaNoVa** (trattandosi di una sequenza circolare, la prima e la terza fase possono anche essere lette indifferentemente iniziando da **Go**, da **Na** o da **Vo**, mentre la seconda e la quarta iniziando da **Ga**, da **No** o da **Va**. Inoltre, si può dedurre la successione periodica dei mutui accordi di fase dei loops.



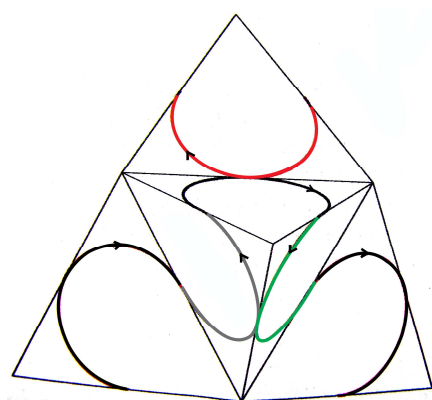
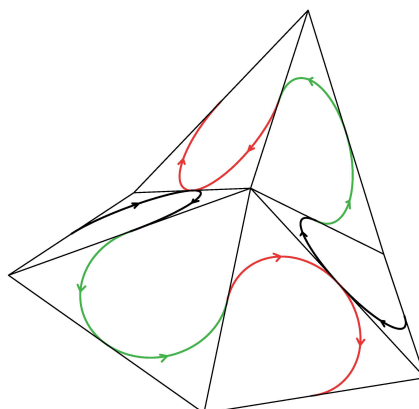
7

Si potrebbe anche considerare una struttura simile a questa ma con cinque angoli diedri uguali fra loro, oppure si potrebbe trasformare SA.5 in una struttura con cinque coppie di facce coincidenti utilizzando cinque tetraedri con le facce formate da triangoli isosceli a due a due uguali. In quest'ultimo caso anche i corrispondenti loops iscritti risulterebbero modificati. Riguardo alla funzione che in fisica potrebbe avere la presenza o meno degli angoli diedri, mi limito a ritenere che questa possa essere associata a una certa limitazione di libertà nell'autorganizzazione delle strutture, ed essere quindi responsabile del loro grado di stabilità. Tuttavia, nelle descrizioni che seguono non farò riferimento a queste due varianti.



### SA.5 a stella

Questa struttura è data da cinque tetraedri disposti in modo tale che uno di essi abbia ciascuna faccia coincidente con una faccia di ognuno degli altri quattro. La **SA.5** a stella ha dunque un elemento centrale circondato da quattro elementi aventi ciascuno tre facce libere, ed è la forma composta più semplice tra quelle caratterizzate da almeno un elemento interno. La figura 11.9 ne mostra un esempio.

Fig. 11.9 *a*Fig. 11.9 *b*

Poiché è visibile soltanto una porzione dei quattro loops periferici, l'indicazione del verso di percorrenza consente, con un po' di pazienza, di dedurre che hanno tutti la stessa sequenza di fasi, e precisamente **VoRaGoNa**. Dato che i loro quattro accoppiamenti armonici seguono la regola (i), anche il loop interno si troverà nella sequenza di fasi **VoRaGoNa**.

### SA.9

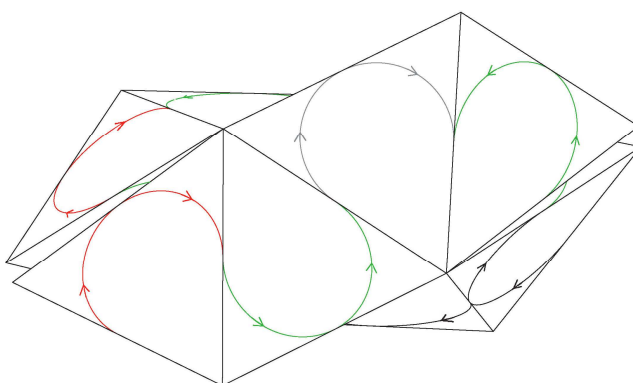


Fig. 11.10

La **SA.9** è formata da una **SA.5** a disco più quattro tetraedri attorno allo spigolo libero del suo tetraedro mediano (quello contrassegnato dal numero 3 in figura 11.6). Essa è caratterizzata, come la **SA.5** a stella, da un elemento interno e dal fatto che i piani delle sezioni maggiori delle sue due strutture a disco sono perpendicolari fra loro. La figura 11.10 è stata costruita partendo da una **SA.5** a disco uguale a quella mostrata in figura 11.7 (1<sup>a</sup> fase sopra).

### SA.17

E' una struttura che si ottiene disponendo 12 tetraedri intorno a una **SA.5** a stella in modo tale che ciascuno di essi abbia una faccia coincidente con una delle 12 facce libere di quest'ultima. Così costruita, la **SA.17** avrà 5 tetraedri interni, dei quali uno centrale, e 12 tetraedri periferici che presentano sei angoli diedri uguali fra loro. Questo oggetto, visto come l'insieme dei 17 loops, ha una forma che assomiglia a quella di un singolo loop; infatti, anch'esso presenta caratteristiche che sono proprie sia della sfera sia del tetraedro.

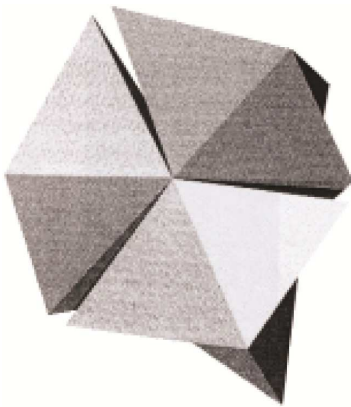


Fig. 11.12 a

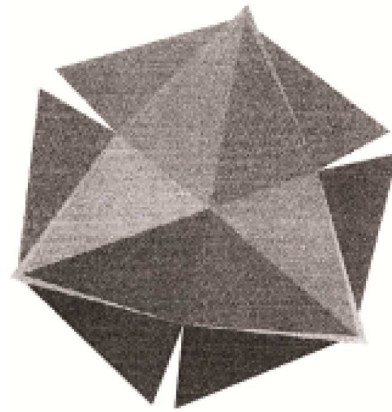


Fig. 11.12 b

La figura 11.12 a mostra la struttura dei 17 tetraedri nella quale è visibile una delle quattro "facce" caratterizzata da tre diversi piani di orientazione spaziale, in quanto formata da sei triangoli equilateri a due a due (quelli opposti al vertice) complanari. In questa figura sono visibili tre dei sei angoli diedri della **SA.17**, mentre nella figura 11.12 b, che è orientata in modo diverso, sono visibili di scorcio anche gli altri tre. Qui di seguito riportiamo la ripartizione dei 68 assi di rotazione quadripolare (4 per ogni loop) in base ai tre diversi livelli di confinamento spaziale dei componenti della struttura:

- 4 assi dell'*elemento centrale*, orientati verso l'esterno
- 4 assi dei 4 *mesoelementi*<sup>8</sup>, orientati verso il centro della struttura e coincidenti con gli assi di a);
- 12 assi dei 4 mesoelementi, orientati verso l'esterno;
- 12 assi dei 12 *esoelementi*, orientati a tre a tre verso il centro dei 4 mesoelementi e coincidenti con gli assi di c);
- 12 assi dei 12 esoelementi, uscenti dalle facce che, intersecandosi a due a due, con un angolo formano un angolo diedro;
- 24 appartenenti ai 12 esoelementi, a due a due orientati verso l'esterno in dodici diverse direzioni.

Non si è ritenuto opportuno inscrivere nelle facce dei tetraedri le porzioni colorate dei loops come è stato fatto per le altre strutture, sia perché sarebbe stato complicato rendere comprensibile il

<sup>8</sup> Sono gli elementi che si trovano confinati tra quello centrale e i 12 elementi periferici, o esoelementi.

loro intero sviluppo, sia perché si è preferito dare maggior risalto alla forma di questo oggetto attraverso un effetto chiaroscurale che avrebbe comunque interferito con i colori.

### 3. *Strutture Armoniche con loops $LC_{1/4}$ (della famiglia dell'Esadro)*

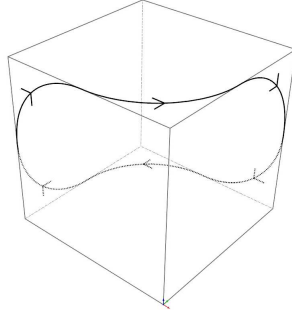


Fig. 11.13  
(loop  $LC_{1/4}$ )

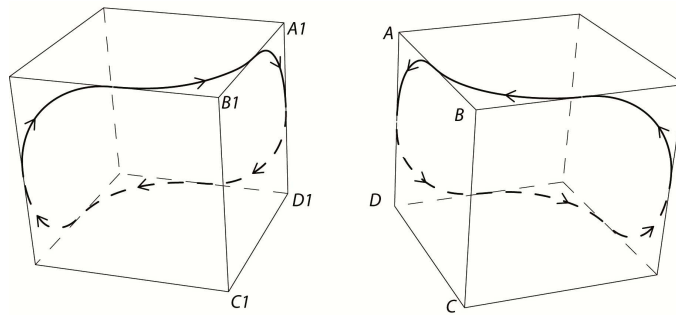


Fig. 11.14

### SA.2

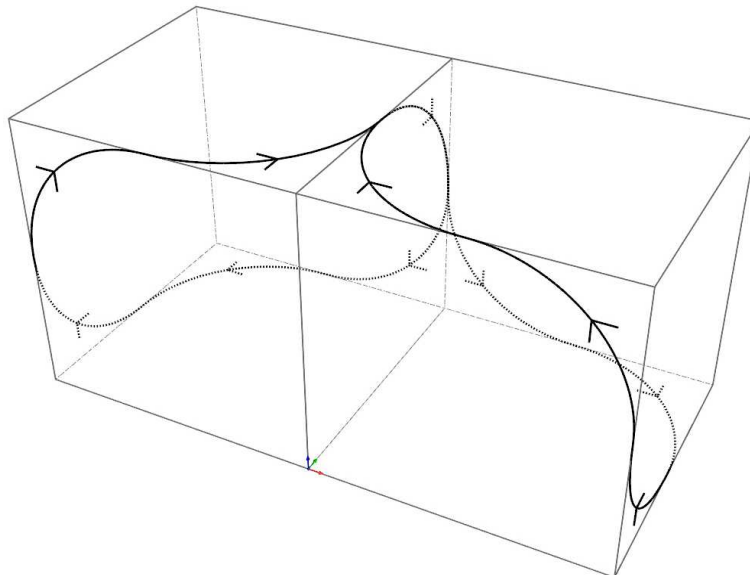


Fig. 11.15  
(2 loops  $LC_{1/4}$  accoppiati)  
**SA.4**

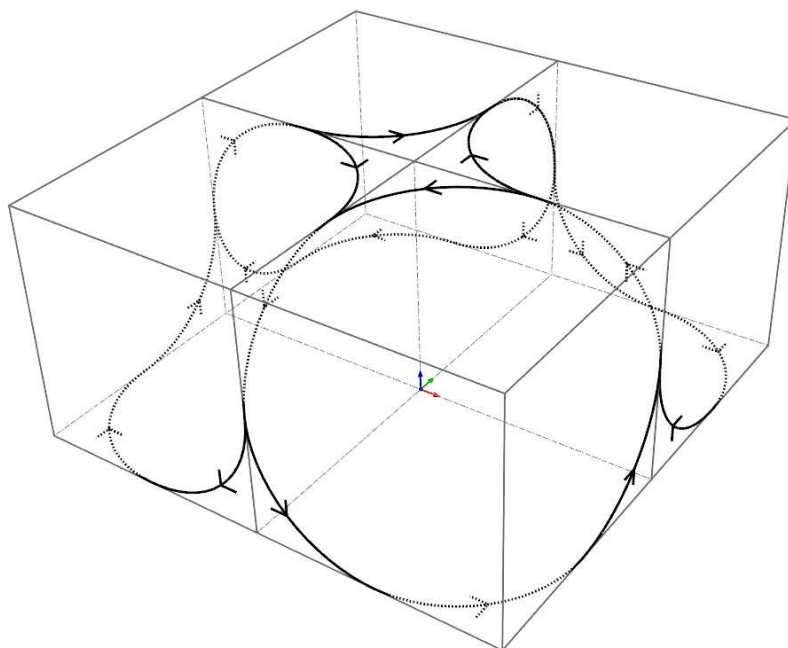


Fig. 11.16  
(4 loops  $LC_{1/4}$  assemblati)

**SA.8**

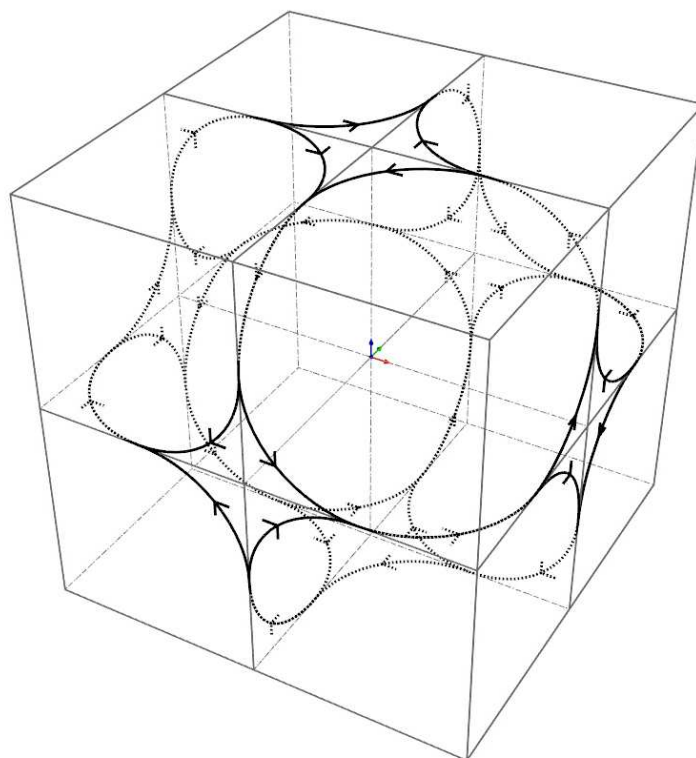


Fig. 11.17  
(8 loops  $LC_{1/4}$  assemblati)



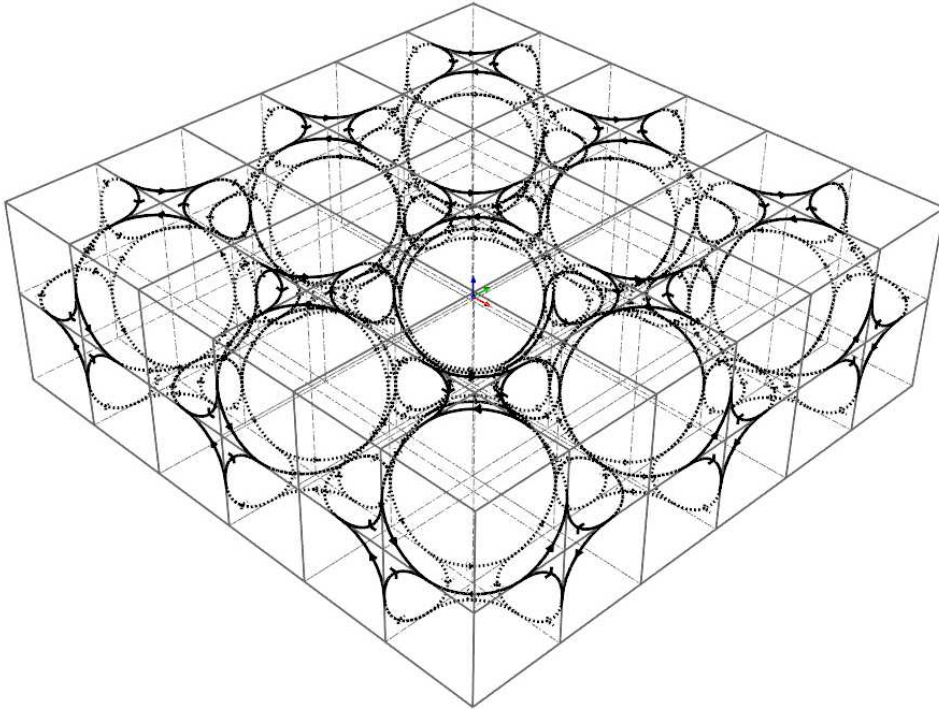
**SA.72**

Fig. 11.18  
(72 loops  $LC_{1/4}$  assemblati)

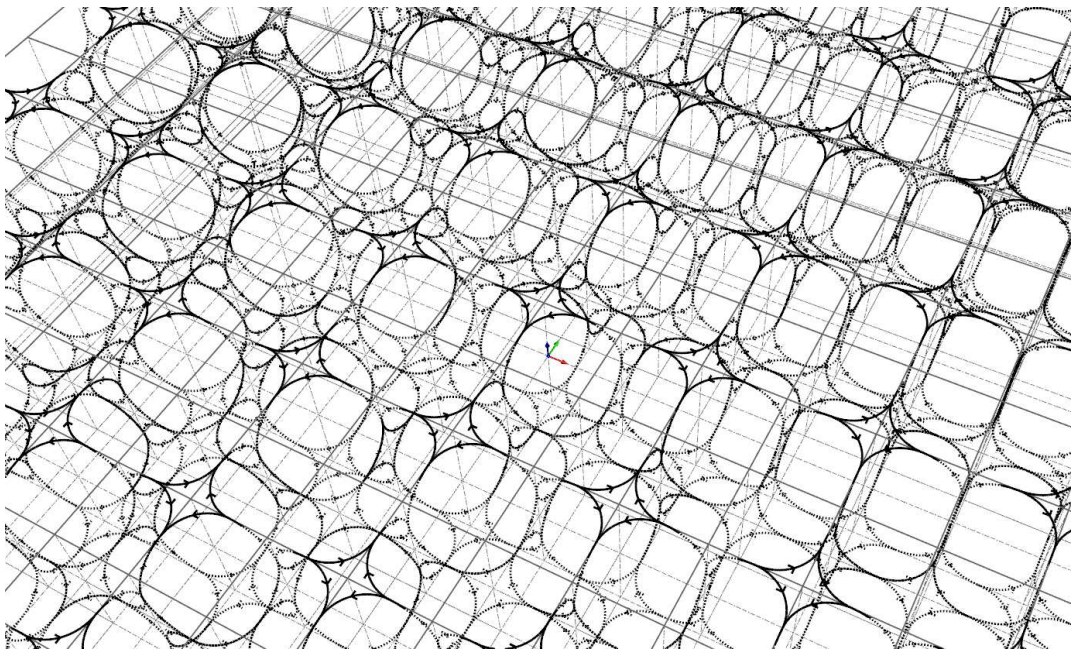
**SA 648 (18x18x2)**

Fig. 11.19  
(particolare di 648 loops  $LC_{1/4}$  assemblati)  
**SA. 288 (12x12x2)**

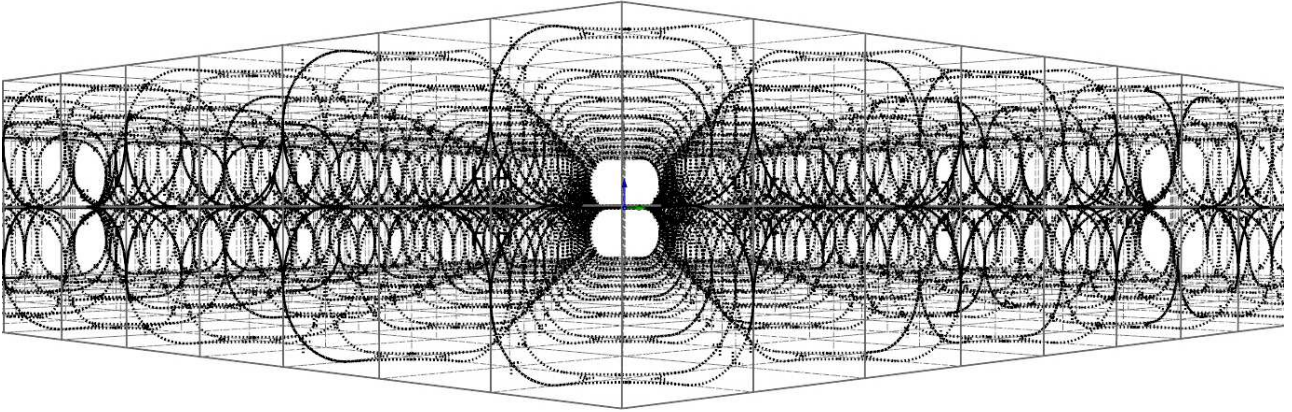


Fig. 11.20  
(vista prospettica parziale di 288 loops  $LC_{1/4}$  assemblati)

4. *Strutture Armoniche con loops  $LC_{3/4}$  (della famiglia dell'Esaedro).*

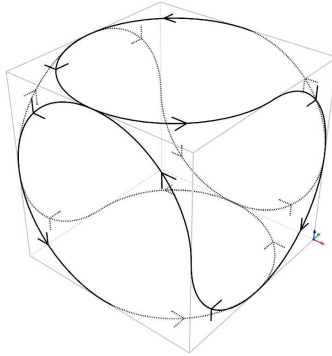


Fig. 11.21  
(loop  $LC_{3/4}$ )

SA.2

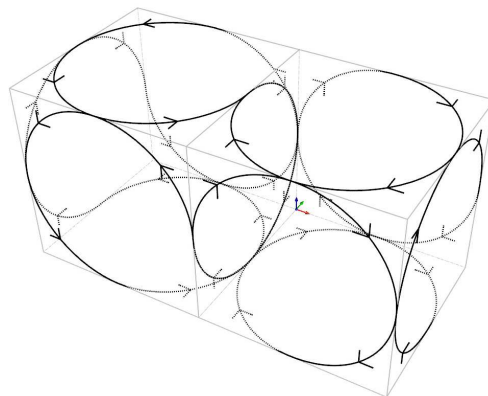


Fig. 11.22  
(2 loops  $LC_{3/4}$  accoppiati)

SA.4



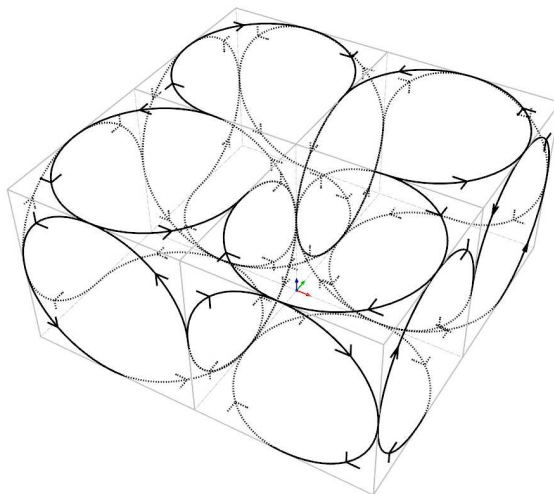


Fig. 11.23  
(4 loops  $LC_{3/4}$  assemblati)

**SA.8**

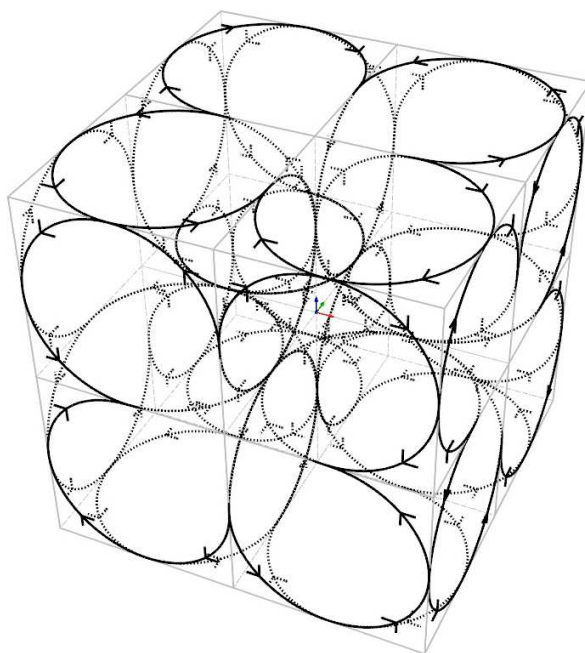


Fig. 11.24  
(8 loops  $LC_{3/4}$  assemblati)

**SA.72**

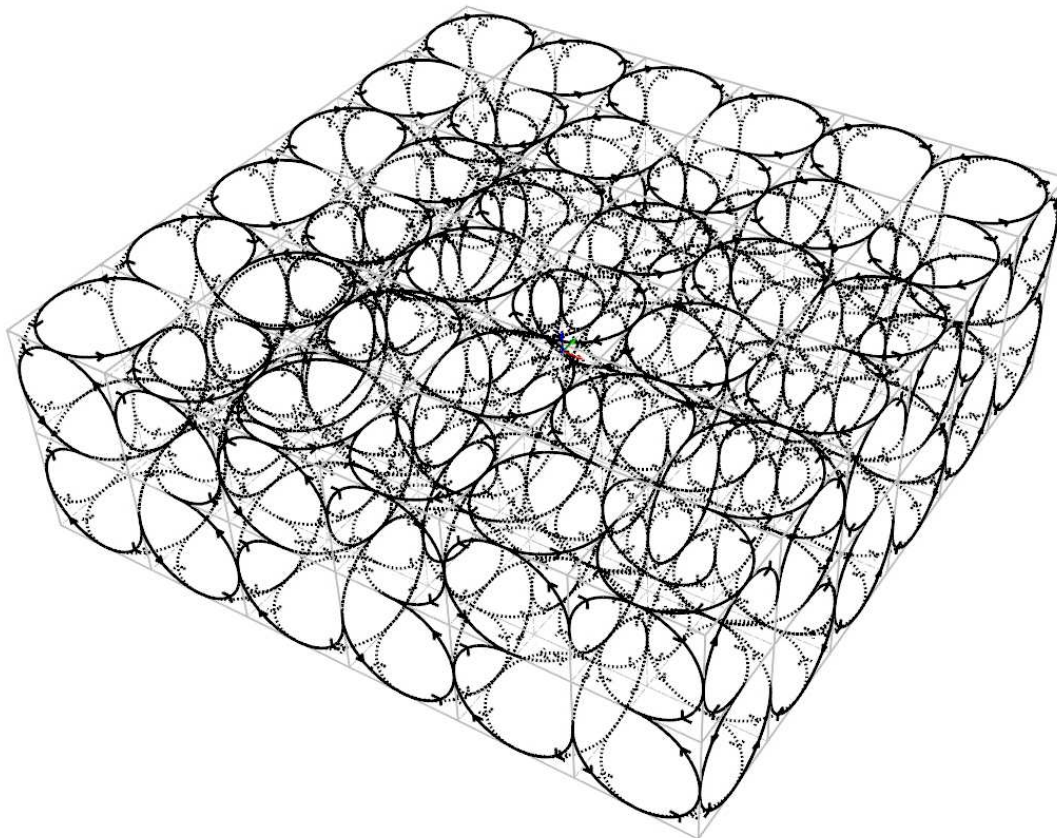


Fig. 11.25  
(72 loops  $LC_{3/4}$  assemblati)

**SA.288 a**

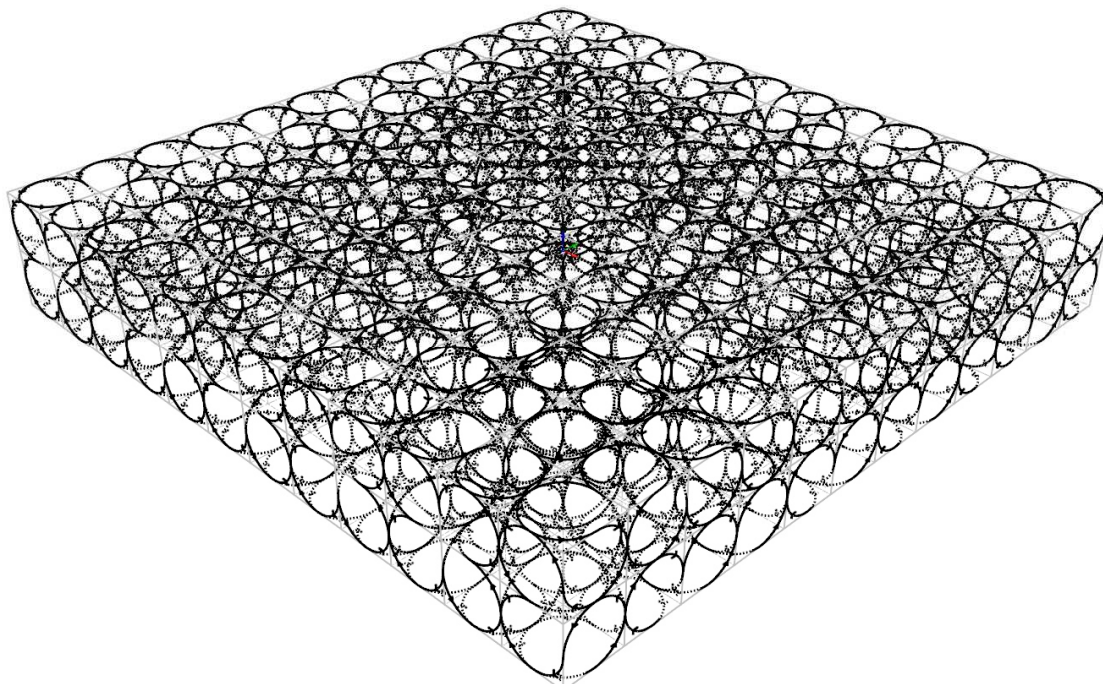


Fig. 11.26  
(288 loops  $LC_{3/4}$  assemblati)



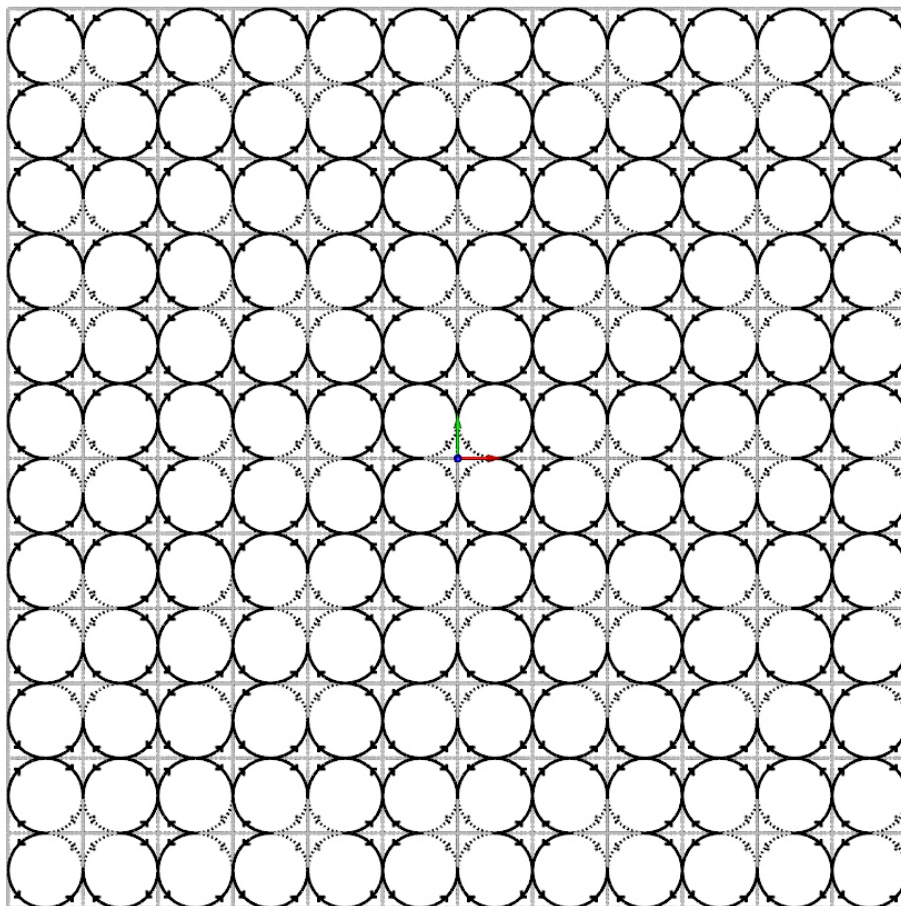
**SA.288 *b***

Fig. 11.27  
(figura 11.26 vista dall'alto)

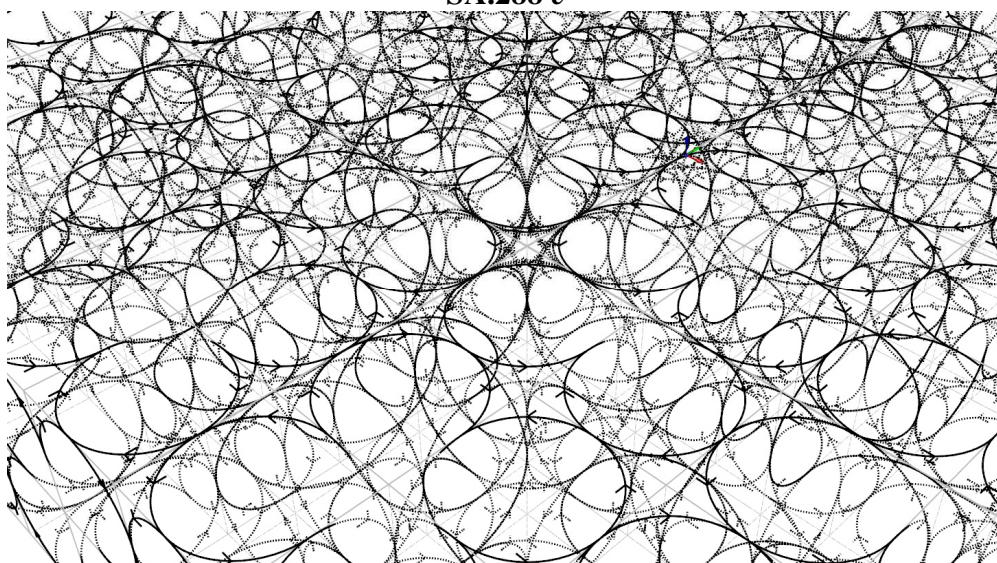
**SA.288 *c***

Fig. 11.28  
(particolare di figura 11.26)

**SA.288 *d***

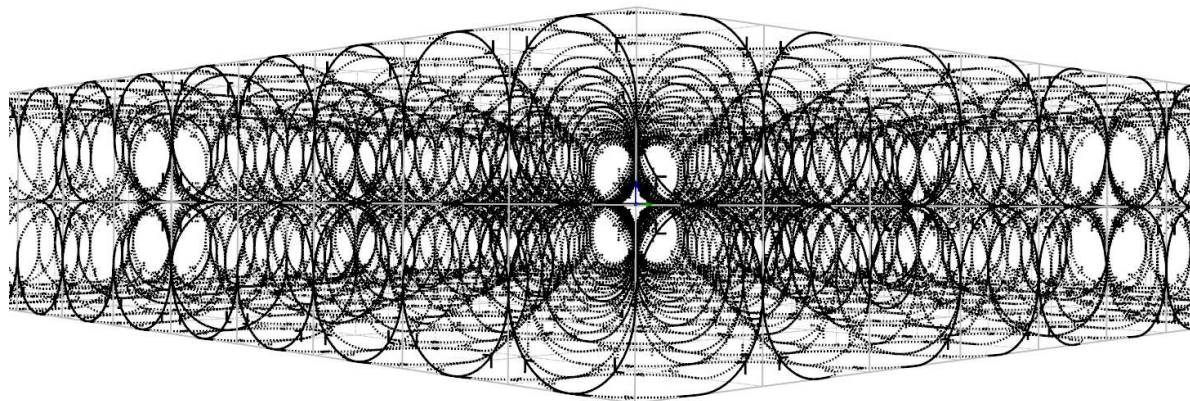


Fig. 11.29  
(vista prospettica parziale di figura 11.26)

### 5. Strutture Armoniche costruite combinando loops dell'Ottaedro e del Tetraedro

Qui, nella figura 11.30, è mostrata una  $LC_{1/3}$  dell'ottaedro regolare (come già raffigurato in nero e senza freccette nel cap. X, figura 10.40).

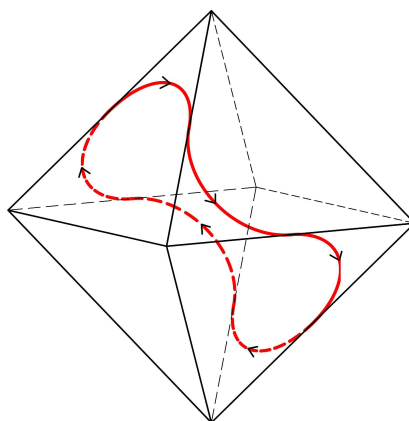


Fig. 11.30  
(Loop  $LC_{1/3}$  dell'ottaedro)

Prima di procedere alla tassellazione dello spazio 3D con la combinazione di loops dell'ottaedro e del tetraedro, andremo alla scoperta di una notevole proprietà posseduta esclusivamente dall'ottaedro, in quanto è il solo poliedro regolare convesso nel quale in ogni vertice converge un numero pari di facce.<sup>9</sup> Metteremo ora in luce l'annunciata proprietà attraverso tre passaggi.

*Primo passaggio:* prendiamo il loop  $LC_{1/3}$  dell'ottaedro della figura 11.30. Qui il loop è colorato in rosso ed è presente su sei delle otto facce del poliedro. Ora noi, volendo inserire su di esso un secondo  $LC_{1/3}$  (colorato in verde per distinguerlo dal primo), inizieremo tracciando un arco di  $120^\circ$  connesso ad un qualsiasi arco del loop rosso, in modo tale che il verso di rotazione indicato dalle freccette sia lo stesso per entrambi gli archi. A questo punto sarà molto semplice completare il loop verde, e ottenere così un percorso continuo a due colori che chiameremo “ottaedro- $2LC_{1/3}$ ” (figura 11.31).

<sup>9</sup> Nell'ottaedro, verso ciascuno dei suoi sei vertici converge un numero pari di facce (quattro), mentre nei restanti solidi converge un numero dispari di facce: tre nel tetraedro, nel cubo e nell'icosaedro, cinque nel dodecaedro.

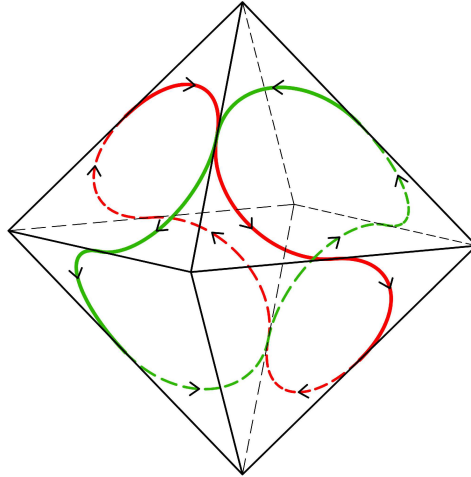


Fig. 11.31  
(ottaedro 2- $LC_{1/3}$ )

*Secondo passaggio:* partendo da quest'ultima figura, tratteremo su di essa un terzo  $LC_{1/3}$  colorato in nero, inizieremo con un arco di  $120^\circ$  su una qualsiasi delle facce dell'ottaedro e seguendo il medesimo procedimento adottato nel primo passaggio. Otterremo così un percorso continuo a tre colori formato da 3-Loops  $LC_{1/3}$  dell'ottaedro e lo chiamiamo "ottaedro-3 $LC_{1/3}$ " (figura 11.32). Per non complicare la lettura dei loops, qui sono state occultate quattro delle otto facce del poliedro.

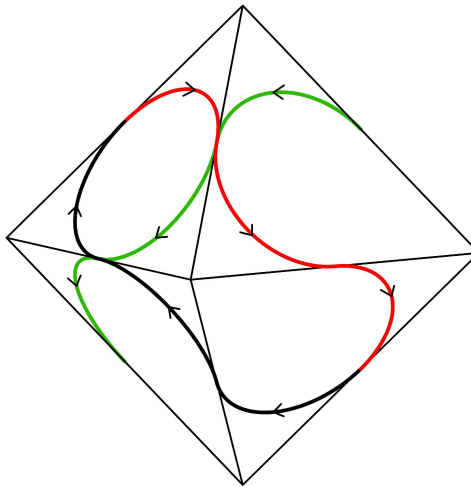


Fig. 11.32  
(ottaedro-3- $LC_{1/3}$ )

*Terzo passaggio:* in figura 11.32 si può notare che, delle otto facce dell'ottaedro, due sono impegnate a  $360^\circ$  e le restanti sei lo sono a  $240^\circ$ . Su queste ultime possiamo dunque tracciare un ultimo  $LC_{1/3}$ , seguendo le stesse procedure di prima. Otterremo così un percorso continuo a quattro colori formato da 4-Loops  $LC_{1/3}$  dell'ottaedro, come illustrato nelle figure 11.33 a, b, c, d, e lo chiamiamo "ottaedro-4 $LC_{1/3}$ ". Queste tre ulteriori curve platoniche le chiameremo "Curve Multiple Coerenti".

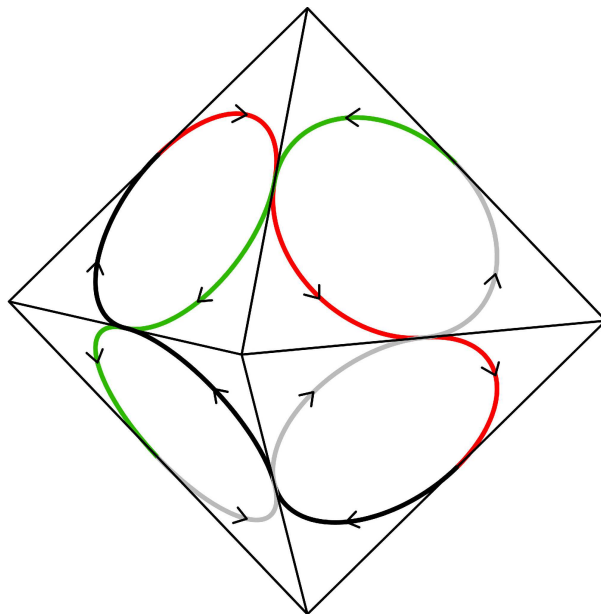


Fig. 11.33 *a*  
(ottaedro- $4LC_{1/3}$ )

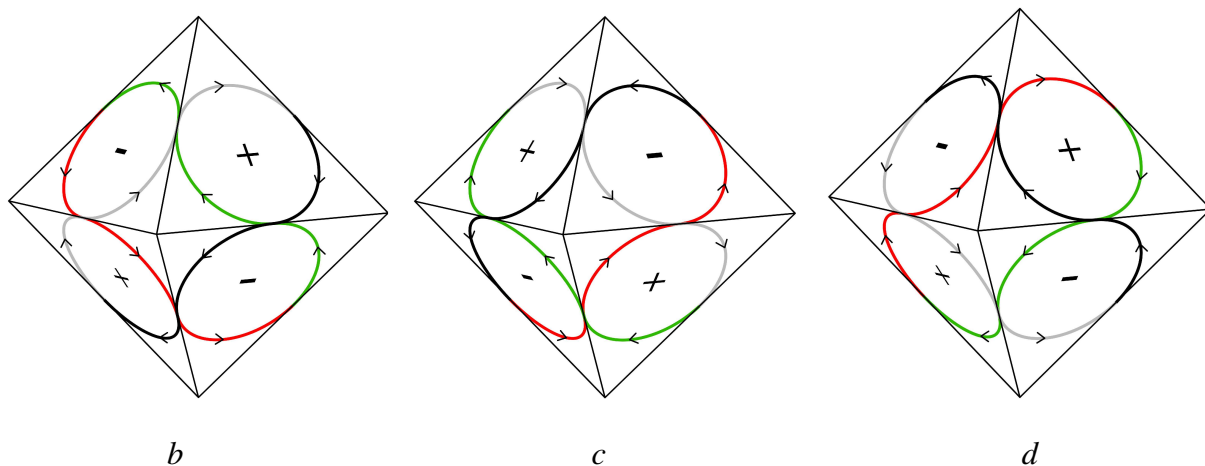


Fig. 11.33 *b, c, d*  
(ciascuna di queste tre figure è ottenuta ruotando la 11.33 *a* di  $90^\circ$  attorno alla verticale)

Si osservi che qui, per semplicità di lettura, gli assi di spin sono stati sostituiti dal segno “+” laddove il verso di percorrenza dei loops è antiorario, e dal segno “-” dove il loro verso è orario (per maggiore chiarezza, si rimanda alla nota 19 del cap. IX) .

Che cosa ci sia di tanto speciale ed esclusivo in quest’ultima figura, lo si può capire osservando come le rotazioni a  $360^\circ$  sulle otto facce del poliedro concordano tutte fra loro<sup>10</sup>. Inoltre, è possibile scegliere a piacimento un qualsivoglia percorso lungo i quattro loops, ad esempio scegliendo un solo colore, oppure passando da un colore ad un altro senza che ci sia soluzione di continuità.

Per poter apprezzare appieno queste proprietà sarebbe utile costruire manualmente un ottaedro (meglio due per le descrizioni che seguiranno) con cartoncino e forbici, e poi, usando quattro pennarelli di colori diversi, tracciare su di esso (su di essi) i quattro loops con le relative freccette e i segni “+” e “-”, come sopra illustrato.

<sup>10</sup> Immaginando che le otto circonferenze vengano sostituite da altrettante corone dentellate munite di perni centrali simili a quelle degli orologi, il movimento circolare di una corona farebbe ruotare le altre sette in modo sincrono.



In queste descrizioni, per evitare una visualizzazione troppo complicata delle figure, abbiamo fatto ricorso alle Curve di Loop  $LC_{1/3}$ , ma sarebbero altrettanto efficaci sia le Superfici di Loop  $LS_{1/3}$  che i Volumi di Loop  $LV_{1/3}$ .

### SA.2 dell'ottaedro- $4LC_{1/3}$

Siano dati due ottaedri- $4LC_{1/3}$ , come mostrati in figura 11.34.

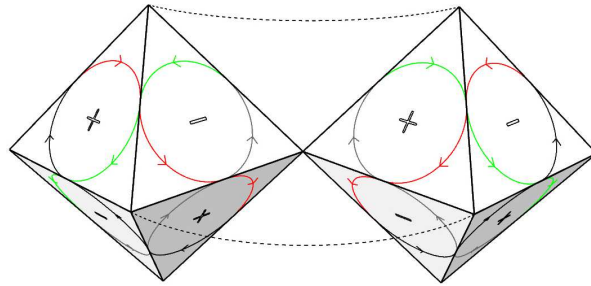
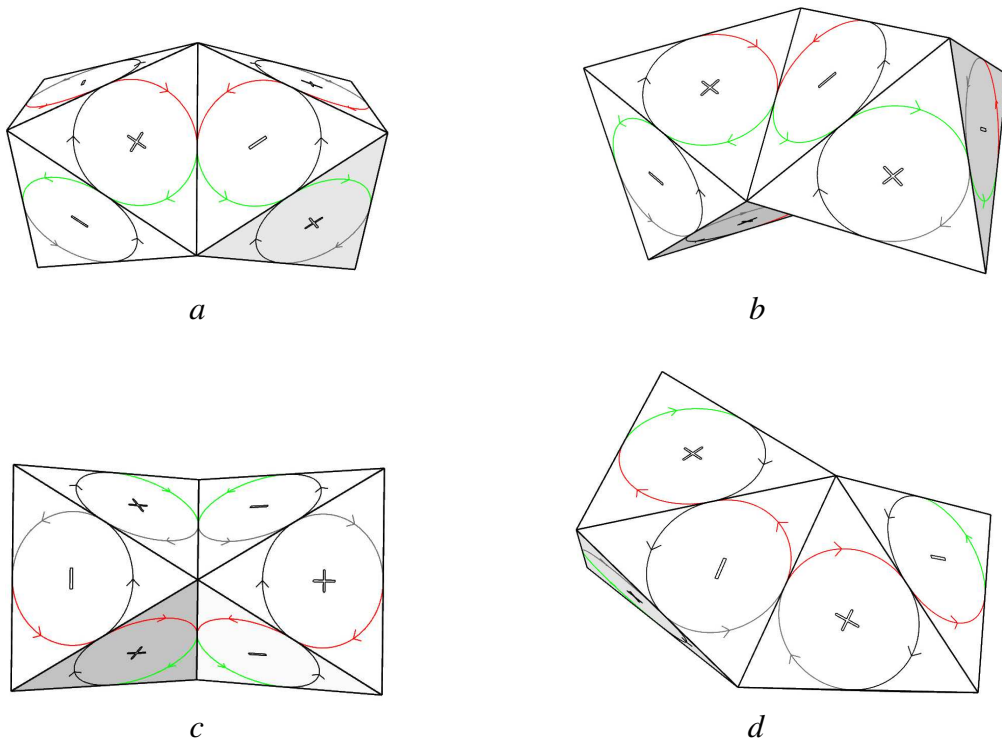


Fig-11.34

La corrispettiva SA.2 si ottiene sovrapponendo fra loro i vertici collegati dal tratteggio (figure 11.35 *a, b, c, d*)



Figg. 11.35 *a, b, c, d*

(SA. 2 dell'ottaedro- $4LC_{1/3}$  da 4 diversi punti di osservazione)

### SA.2 del tetraedro- $LC_{1/3}$ .

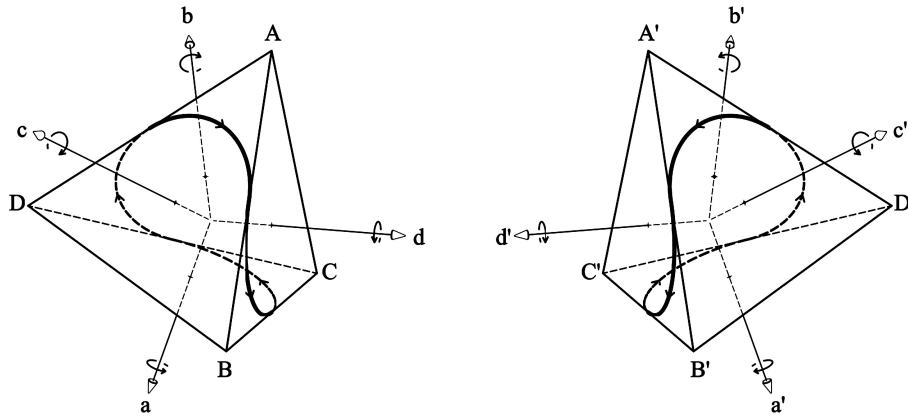


Fig. 11.36

(due loops  $LC_{1/3}$  del tetraedro ciascuno con i suoi quattro assi di spin)

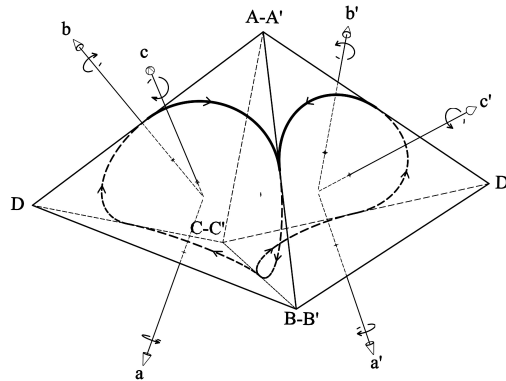


Fig. 11.37

(SA.2 di  $LC_{1/3}$  del tetraedro con gli assi di spin)

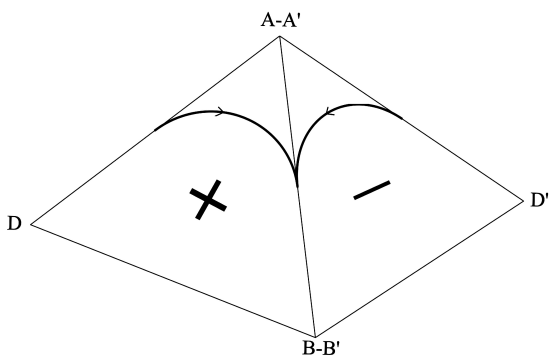


Fig. 11.38

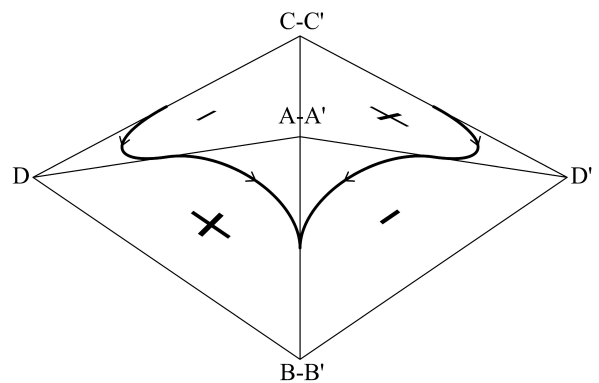


Fig. 11.39

(è la figura 11.37 in *hide*, in cui gli assi di spin uscenti dal centro delle facce visibili sono stati sostituiti dai segni + e -)

(è la figura 11.38 in prospettiva centrale e ruotata di  $60^\circ$  attorno alla direzione  $DD'$ )



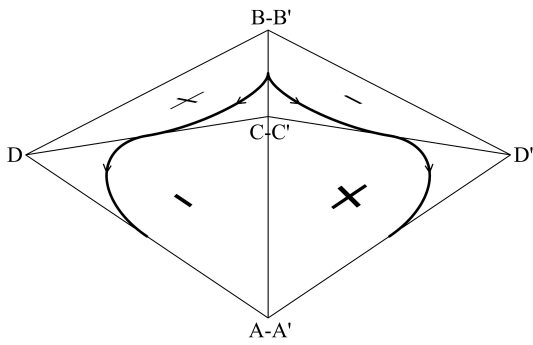


Fig. 11.40

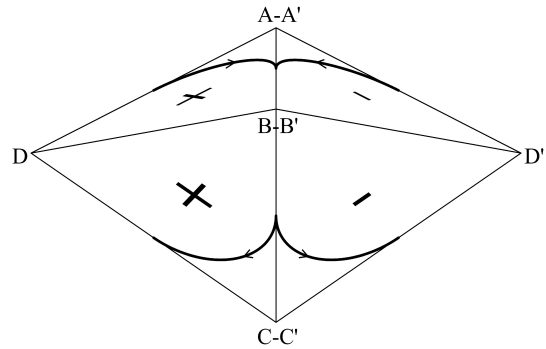
(figura 11.39 ruotata di  $120^\circ$  attorno alla direzione  $DD'$ )

Fig. 11.41

(figura 11.40 ruotata di  $240^\circ$  attorno alla direzione  $DD'$ )

Procederemo adesso all'annunciata tassellazione dello spazio  $3D$ <sup>11</sup> con la combinazione di loops dell'ottaedro- $4LC_{1/3}$  e del tetraedro- $LC_{1/3}$ , dove entrambi i poliedri avranno il lato della stessa lunghezza.

Assemblaggi di questo tipo saranno indicati con "**SA.m+n** (Strutture Armoniche costituite di un numero  $m$  di loops dell'ottaedro e di un numero  $n$  di loops del tetraedro). Inoltre, per meglio comprendere le modalità di assemblaggio, anche in questo procedimento verranno evidenziati i versi di rotazione *antiorario* e *orario*, rispettivamente, con il segno "+" e con il segno "-" (si ricorda che i versi di rotazione orario e antiorario hanno il punto di vista nel centro della  $LC$ ). Qui ci limiteremo ad assemblare una **SA2+6**.

Sapendo che l'angolo diedro dell'ottaedro misura  $109,471^\circ = \arccos(-1/3)$  e facendo riferimento alla **SA.2** dell'ottaedro- $4 LC_{1/3}$  (v. figure 11.35 *a, b, c, d*), osserviamo che in tale struttura è presente, in tre diverse posizioni, un doppio angolo diedro (che misura  $218,942^\circ = 2\arccos(-1/3)$ ).

Sappiamo poi che l'angolo diedro del tetraedro misura  $70,528^\circ = \arccos(1/3)$  e che quindi è il supplementare di quello dell'ottaedro. E sappiamo anche che in ogni **SA.2** del tetraedro (v. figure 11.38-11.41), in corrispondenza di ciascun lato della faccia comune è presente un doppio angolo diedro ( $141,057^\circ = 2\arccos(1/3)$ ). Pertanto, un doppio angolo diedro dell'ottaedro e uno doppio del tetraedro sono tra loro esplementari.

Per costruire la Struttura armonica **SA.2+6**, prendiamo la **SA.2** dell'ottaedro- $4 LC_{1/3}$  della figura 11.35*a* e, in ciascuno dei suoi tre incavi, incolliamo una **SA.2**  $LC_{1/3}$  del tetraedro, in questo assemblaggio specifico quella della figura 11.41, come rappresentato in figura 11.42.

<sup>11</sup> La tassellazione dello spazio  $3D$  consegue dal fatto che l'angolo diedro dell'ottaedro ( $109,471\dots^\circ$ ) è supplementare dell'angolo diedro del tetraedro ( $70,528\dots^\circ$ ). Inoltre, si vuole far presente, a titolo di ipotesi, che il campo di ciascun loop (più propriamente, il campo di ciascun Volume di Loop,  $LV$ ) si estende al suo intorno illimitatamente, vale a dire che la sua intensità segue la nota legge dell'inverso del quadrato della distanza. Ciò assicura che non vengano lasciati fra i loops spazi privi di struttura.

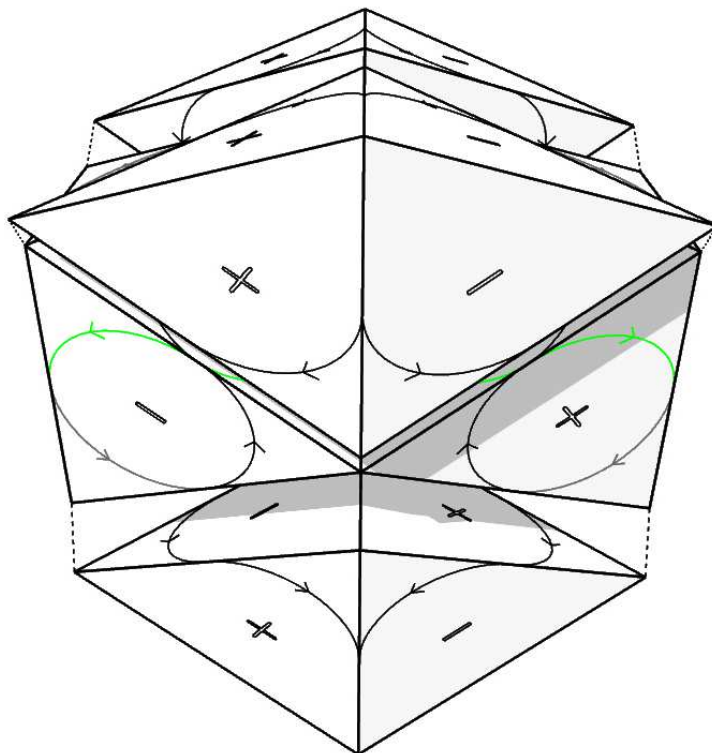


Fig. 11.42  
(SA.2+6)

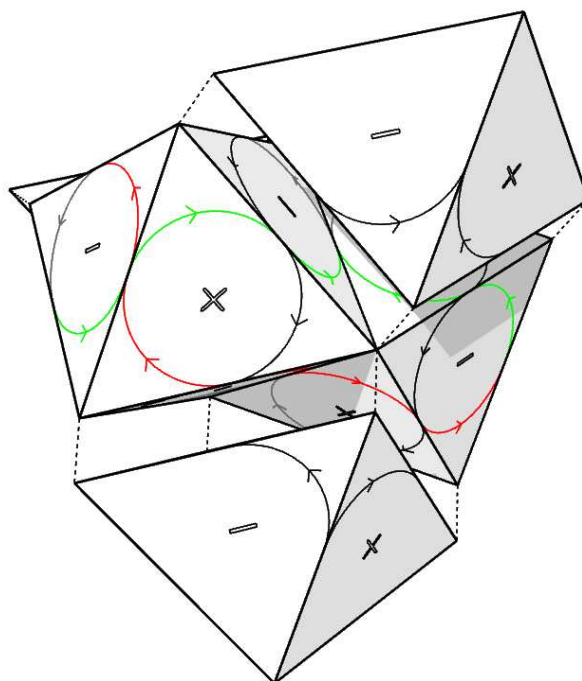
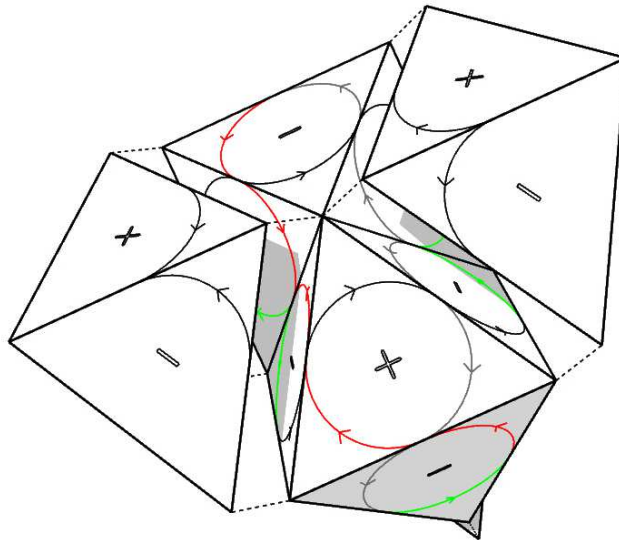


Fig 11.43  
(prima variante prospettica della figura 11.42).

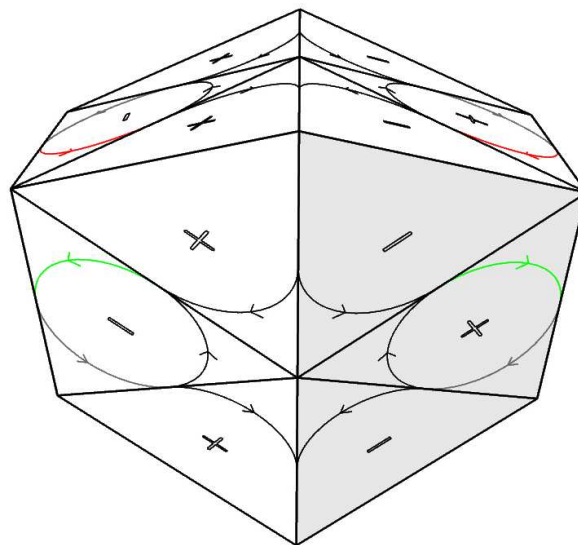


1

Fig. 11.44

(seconda variante prospettica della figura 11.42)

Si otterrà così una struttura con una superficie formata da venti triangoli equilateri, dei quali due sono opposti fra loro e diciotto sono ripartiti in tre facce paraboloidi esagonali che chiameremo “facce esatriangolari”, ciascuna composta da sei triangoli equilateri (figure 11.45 *a, b, c, d, e*). In questo caso particolare, i segni “+” e “-” risulteranno alternati in ciascuna di queste tre facce.<sup>12</sup>

Fig. 11.45 *a*

(SA.2+6 risultante dopo le incollature)

<sup>12</sup> Si sarebbe potuto scegliere di incollare, anziché la SA.2 del tetraedro di figura 11.41, quella di figura 11.39 (o 11.40), ma dopo averla ruotata di 180° attorno alla retta perpendicolare alla pagina. In tal caso, i segni “+” e “-” non risulterebbero ovunque alternati.

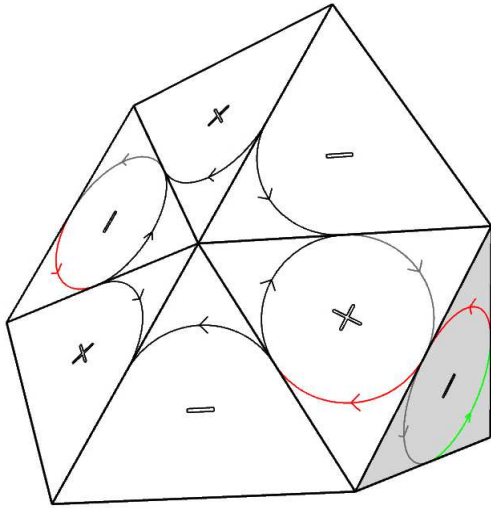


Fig. 11.45 *b*  
(prima variante prospettica)

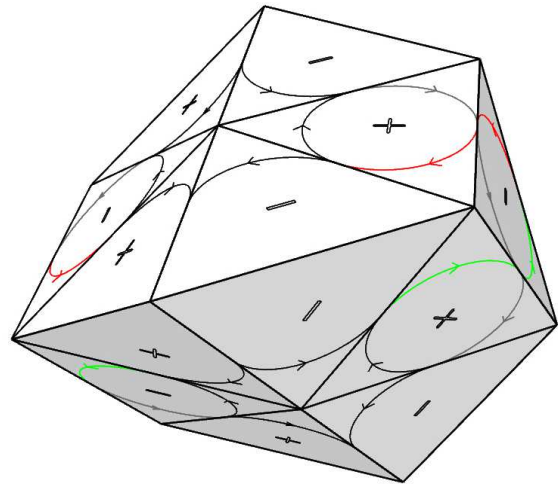


Fig. 11.45 *c*  
(seconda variante prospettica)

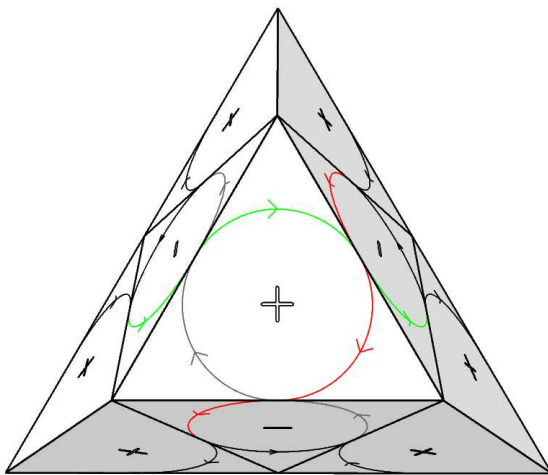


Fig. 11.45 *d*  
(terza variante prospettica)

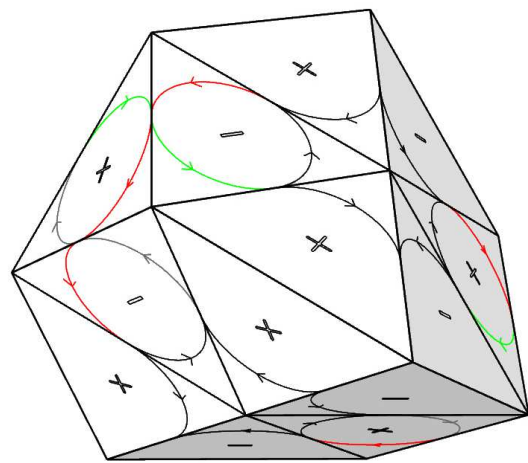


Fig. 11.45 *e*  
(quarta variante prospettica)

La **SA.2** dell'ottaedro  $4-LC_{1/3}$  può essere combinata opportunamente con tre **SA.2** del tetraedro  $LC_{1/3}$  anche diversamente, in modo tale che sulle 3 facce esatriangolari non si ottenga una distribuzione alternata dei segni “+” e “-”. Si ricorda che, comunque avvenga l'operazione di assemblaggio, si richiede che le due facce che vengono a sovrapporsi in ciascuna incollatura abbiano segni opposti fra loro.

Per finire, va detto che la tassellazione dello spazio 3D con i loops dell'ottaedro e quelli del tetraedro può procedere ad libitum e dar luogo alla formazione di un'immensa varietà di strutture.